

GRAVITACIÓN

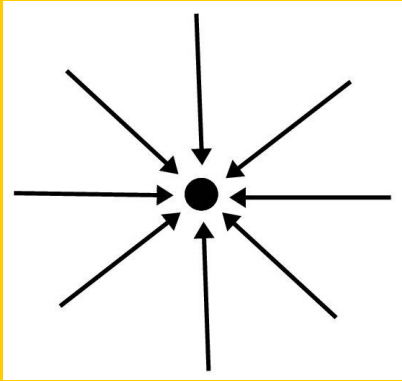
Esquema

1. Concepto de campo gravitatorio.
2. Leyes de Kepler.
3. Magnitudes del campo gravitatorio.
4. Principio de superposición.
5. Trabajando con magnitudes vectoriales.
6. Satélites.
7. Gráficas.
8. Cuestiones típicas.
9. Problemas típicos.

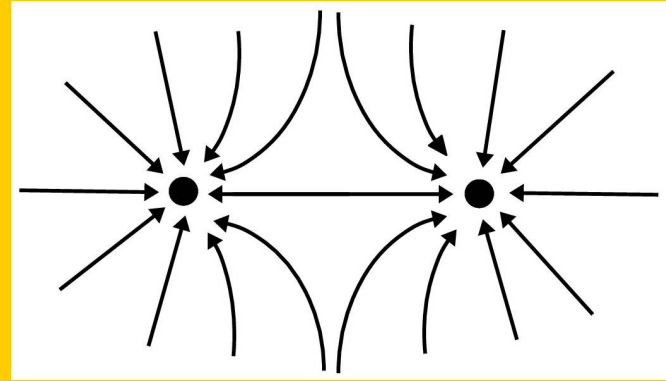
1. Concepto de campo gravitatorio

- Un campo gravitatorio es la perturbación del espacio provocada por la presencia de una masa. Es decir, una masa altera el espacio que le rodea y ese espacio alterado por la masa se llama campo gravitatorio.

- El campo gravitatorio se representa mediante líneas de campo, que indican hacia dónde se dirige la fuerza gravitatoria en cada punto del espacio.



Líneas de campo de una sola masa



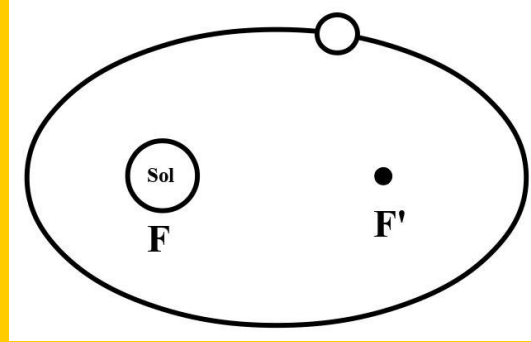
Líneas de campo de dos masas

2. Leyes de Kepler

- Son tres leyes que regulan el movimiento de satélites alrededor de planetas o de planetas alrededor de estrellas.

– Primera ley de Kepler:

Los planetas giran alrededor del Sol en trayectorias elípticas, ocupando el Sol uno de los focos.

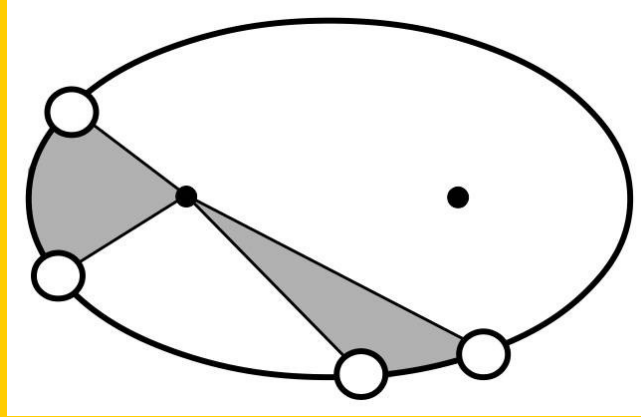


Primera ley de Kepler

Los focos de una elipse son dos puntos que cumplen la condición de que cualquier punto de la elipse tiene constante la suma de las distancias a los dos focos.

– Segunda ley de Kepler:

El vector de posición del planeta barre áreas iguales en tiempos iguales:



Segunda ley de Kepler

Consecuencia de esta ley: el satélite se mueve más rápido cuando está más cerca del planeta o estrella y se mueve más lentamente cuando está más lejos.

– Tercera ley de Kepler:

El cociente entre el cuadrado del período de revolución y el cubo del radio medio de la órbita es una constante para todos los planetas o satélites que giran:

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{constante}$$

3. Magnitudes del campo gravitatorio

- Algunas magnitudes son escalares y otras son vectoriales. Son escalares: la energía potencial, el potencial y el trabajo. Son vectoriales la fuerza de la gravedad, el peso, el campo gravitatorio y la velocidad de escape. A pesar de que son vectoriales, del peso y de la velocidad de escape sólo suelen calcularse sus módulos.

a) Fuerza de la gravedad, F_G : es la fuerza con la que se atraen dos cuerpos por tener masa. Viene dada por la ley de gravitación universal de Newton:

$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (\text{newtons, N})$$

b) Peso, P : es la misma fuerza que la fuerza de la gravedad. ¿Por qué entonces distinguimos entre una y otra? Porque, normalmente, el peso se refiere a la fuerza con la que un planeta atrae a un cuerpo cercano a su superficie.

$$P = m \cdot g \quad (\text{newtons, N})$$

c) Campo gravitatorio o aceleración de la gravedad, g : es la fuerza por unidad de masa ejercida en cada punto del espacio.

$$g = \frac{F_G}{m} = \frac{\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}}{m} = \frac{G \cdot M}{r^2} \quad \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

d) Energía potencial gravitatoria: es la energía necesaria para llevar a un cuerpo desde la posición en la que se encuentra hasta el infinito:

$$E_{pG} = - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} \quad (\text{julios, J})$$

e) Potencial gravitatorio, V : es la energía potencial gravitatoria por unidad de masa que hay en cada punto del espacio:

$$V = \frac{E_{p_G}}{m} = \frac{\frac{-G \cdot M \cdot m}{r}}{m} = -\frac{G \cdot M}{r} \quad \left(\frac{J}{kg} \right)$$

f) Trabajo para mover una masa desde un punto A a otro B:

$$W_{AB} = -\Delta E_p = E_{p_A} - E_{p_B}$$

g) Velocidad de escape: es la velocidad mínima necesaria para lanzar un cuerpo desde la superficie de un planeta y que se aleje hasta el infinito. Se obtiene mediante el principio de conservación de la energía:

$$E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{R_T} = 0 + 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T}} \quad \left(\frac{m}{s} \right)$$

4. Principio de superposición

El efecto conjunto de varias masas es la suma de los efectos individuales de cada una:

- Para la fuerza: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$ (N)

- Para el campo: $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \dots$ $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

- Para la energía potencial: $E_p = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} + \dots$ (J)

- Para el potencial: $V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$ (J)

5. Trabajando con magnitudes vectoriales

Cuando calculamos una magnitud vectorial, primero se calcula su módulo y después se pasa a vector mediante esta expresión:

$$\vec{A} = A \cdot \cos \alpha \cdot \vec{i} + A \cdot \text{sen } \alpha \cdot \vec{j}$$

Ejemplo: calcula el vector \vec{A} si su módulo es 20 y el ángulo es de 30° .

$$\begin{aligned}\vec{A} &= A \cdot \cos \alpha \cdot \vec{i} + A \cdot \text{sen } \alpha \cdot \vec{j} = 20 \cdot \cos 30^\circ \cdot \vec{i} + 20 \cdot \text{sen } 30^\circ \cdot \vec{j} = \\ &= 17'3 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j}\end{aligned}$$

6. Satélites

Un satélite es un cuerpo que orbita (que da vueltas) alrededor de un planeta o una estrella. Se cumple que la inercia de su movimiento es compensada por la atracción gravitatoria del planeta.

a) Velocidad orbital:

$$F_G = F_C \rightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v_{\text{orb.}} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad \left(\frac{m}{s} \right)$$

b) Energía mecánica, E_M :

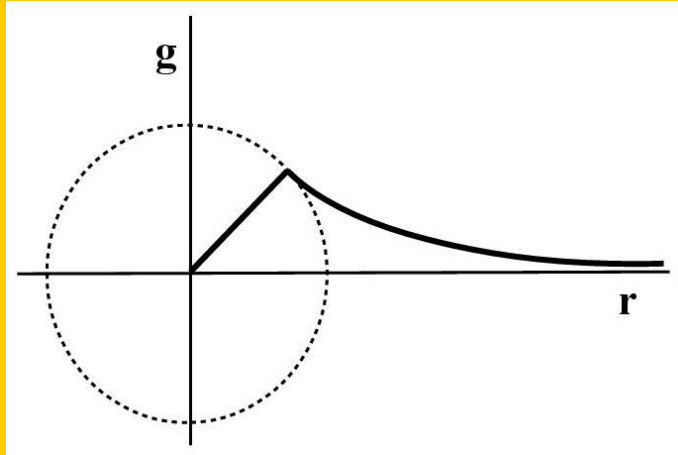
$$E_M = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

Si la trayectoria es circular:

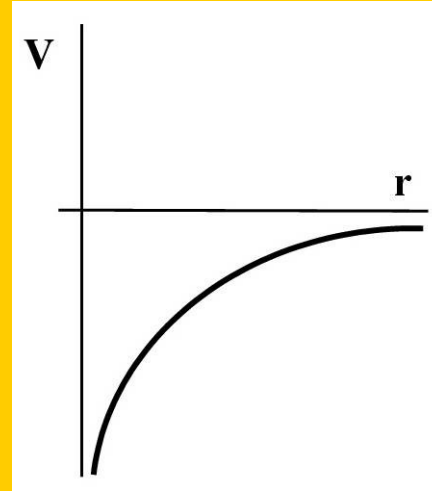
$$E_M = E_c + E_p = - \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$$

7. Gráficas

Magnitudes gravitatorias:

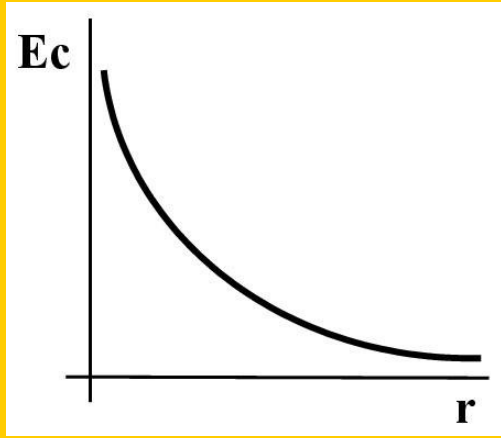


g frente a r

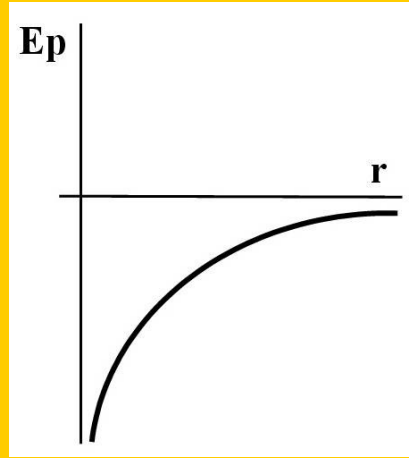


V frente a r

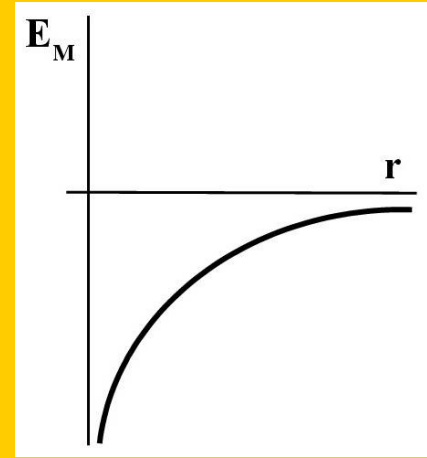
Para los satélites:



E_c frente a r



E_p frente a r



E_M frente a r

8. Cuestiones típicas

- Magnitudes gravitatorias: F , g , E_p y V .
- Satélites: deducir expresiones de período, radio de órbita y altura.
- Velocidad de escape.

9. Problemas típicos

- Principio de superposición: cálculo de magnitudes gravitatorias.
- Cálculo de velocidad de escape, peso y masa.
- Satélites: cálculo de período de revolución, E_c , E_p , E_M , período, radio de órbita.